「確率と確率過程」の修正および補足．

ページ 5 上から 5 行目 $A_n \to \mathbf{R}^2$ であるような長方形の増大列 $\{A_n\}$ に対して極限

$$\lim_{n\to\infty}\int_{D\cap A_n} f(x,y)dxdy$$

が存在するとき

$\to$ $A_n \to \mathbf{R}^2$ であるような任意の長方形の増大列 $\{A_n\}$ に対して極限

$$\lim_{n\to\infty}\int_{D\cap A_n} f(x,y)dxdy$$

が存在し，その極限値が $\{A_n\}$ の選び方によらないとき

ページ 5 一番下の行：

$$\begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -r\sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix} \to \det\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -r\sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix} \tag{1}$$

ページ 11 下から 3 行目 $|\langle \mathbf{x},\mathbf{y}\rangle| \le |\mathbf{x}||\mathbf{y}|$ $\to$ $|\langle \mathbf{x},\mathbf{y}\rangle| \le \|\mathbf{x}\|\|\mathbf{y}\|$

ページ 16 例 2.2 「表が出る確率を p とする.」 $\to$ 「表が出る確率を $p>0$ とする.」

ページ 21 定義 2.2 (1) 事象の独立性についての補足．式 (2.10) は，$P(B)=0$ であるとき左辺が定義されない．その意味で，2 つの事象の独立性を定義する式として (2.11) がより一般性をもつ．ただし，式 (2.10) が意味することに注意されたい．すなわち，A と B の独立性とは,「事象 A の確率が事象 B の条件付けの如何に関わらず変化しない」ことである．

ページ 27 上から 2 行目，各根元事象 $\{\omega\}$ の確率を $P(\{\omega\})=P(\omega)$ と書く

$\to$ 各根元事象 $\{\omega\}$ の確率 $P(\{\omega\})$ を $P(\omega)$ と書く

ページ 37 3.3.6 節．負の二項分布においても $0<p<1$，$q=1-p$ とする．

ページ 41 命題 3.6 内

$B_1, B_2, \ldots, B_n$ を Ω の分割とする．

$\to$ $B_1, B_2, \ldots, B_n$ を Ω の分割とし，各 k に対して $P(B_k)>0$ であるとする．

ページ 41 例題 3.21 内

「コインを投げ続けて」 $\to$ 「1 回投げるごとに表が出る確率 p が正であるコインを投げ続けて」

ページ 57 例題 5.1 解答内

$$F_X(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \frac{1}{8}, & 0\le x<1 \\ \frac{4}{8}, & 1\le x<2 \\ \frac{7}{8}, & 2\le x<3 \\ 1, & x\ge 1 \end{cases} \quad\to\quad F_X(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \frac{1}{8}, & 0\le x<1 \\ \frac{4}{8}, & 1\le x<2 \\ \frac{7}{8}, & 2\le x<3 \\ 1, & x\ge 3 \end{cases}$$

ページ 64 問 5.6 内

$$(n-1)(n-3)\ldots 3\cdot 1 \qquad \to \qquad (n-1)(n-3)\cdots 3\cdot 1$$

ページ 72 上から 4 行目

$$\frac{\partial^2}{\partial_x \partial_y} F_{X,Y}(x,y) \quad \to \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F_{X,Y}(x,y)$$

ページ 73 例 6.1 への補足．式 (6.9) により定める f は，非負値かつ

$$\int_{\mathbf{R}^2} f(x,y)dxdy = \int_D f(x,y)dxdy + \int_{D^c} f(x,y)dxdy = \int_D \frac{1}{|D|}dxdy + \int_{D^c} 0dxdy = \frac{|D|}{|D|} = 1$$

である．

ページ 75 例題 6.3 $\sigma, \tau \in \mathbf{R}$, $|\rho| < 1$ とする．$\to \sigma > 0, \tau > 0$, $|\rho| < 1$ とする．

ページ 78 注意 6.3

$$X = R\cos\Theta, \quad Y = R\cos\Theta \quad \to \quad X = R\cos\Theta, \quad Y = R\sin\Theta$$

ページ 80 式 (6.26)

$$M_{X_1+X_2,\cdots+X_n}(t) \quad \to \quad M_{X_1+X_2+\cdots+X_n}(t)$$

ページ 81 注意 6.4

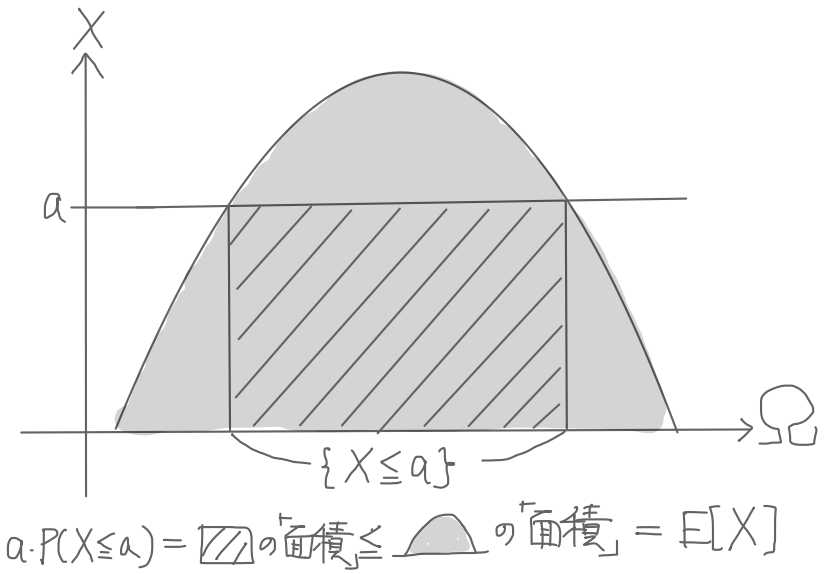
$$f_Z(z) = \begin{cases} \lambda^2 z e^{-\lambda z}, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$$

ページ 86 注意 7.1

「この不等式は $E[X]$ が存在する場合にのみ」

$\to$ 「この不等式は $E[X]$ が存在し，$E[X] < a$ が成り立つ場合にのみ」

ページ 86 マルコフの不等式の証明．以下の概念図を参考にされたい．



ページ 87 7.3 節，経験分布についての補足．$X_1, \cdots, X_n$ が有限集合 $S = \{x_1, x_2, \ldots, x_r\}$ に値をとる離散 i.i.d. 列であるとする．例えば，サイコロ投げを考えると $X_k \in S = \{1, 2, \cdots, 6\}$ である．各 $n \geq 1$ に対して確率変数 $N_x(n)$ を

$$N_x(n) = N_x(n)(\omega) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} 1_{\{X_k(\omega)=x\}}, \quad x \in S \tag{2}$$

とする．二項分布 (コイン投げ) の場合の考察と同様 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 1_{\{X_k(\omega)=x\}}$ は $X_1, \cdots, X_n$ が x の値をとる回数，したがって $N_x(n)$ は $X_1, \cdots, X_n$ が値 x をとる頻度である．明らかに

$$N_x(n) \geq 0, \qquad \sum_{x \in S} N_x(n) = 1$$

である．言い換えると，$N(n) = (N_x(n),\ x \in S)$ はランダムな (ω ごとに定まる) S 上の確率分布である．これを $\{X_k(\omega),\ 1 \leq k \leq n\}$ の**経験分布**という．

ページ 91 定理 7.4 内，下から 4 行目

$$S_n = \sum_{i=1}^{d} X_i \quad \to \quad S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

ページ 92 命題 7.1 の証明内，下から 12 行目「$(\Xi_k)_{k=1,2,\ldots}$ を

$$\Xi_k = \left(1_{\{X_k=a_1\}}, \ldots, 1_{\{X_k=a_{r-1}\}}\right)$$

によって定まる平均ベクトル $(p_1, \ldots, p_{r-1})$ の $\{0,1\}^{r-1}$-値 i.i.d. 列とする」に対する補足．

例えば，サイコロ投げにおいて出る目が $2, 1, 6, \cdots$ であれば

$$\Xi_1 = (0,1,0,0,0),\ \Xi_2 = (1,0,0,0,0),\ \Xi_3 = (0,0,0,0,0), \cdots$$

である．

ページ 109 例題 8.5 解答内，上から 12 行目

$$N(\frac{11}{12} + \frac{7}{4}x,\ \frac{\sigma^2}{6}(3x^2 - 6x + 11)) \to N(\frac{11}{12} + \frac{7}{4}x,\ \frac{\sigma^2}{6}(3x^2 - 6x + 5))$$

ページ 131 例題 9.9 解答内，下から 2 行目

$$m_3 = 1 + \frac{1}{3}m_3 \ \to\ m_3 = 1 + \frac{1}{3}m_1$$

ページ 139 式 (9.67) (上から 9 行目)

$$\|P^n f - \langle f, \pi\rangle\|_\pi \leq (1-\beta)^n \|f - \langle f, \pi\rangle \mathbf{1}\|_\pi \to \|P^n f - \langle f, \pi\rangle \mathbf{1}\|_\pi \leq (1-\beta)^n \|f - \langle f, \pi\rangle \mathbf{1}\|_\pi$$

ページ 140 例題 9.12 (上から 4 行目)

正 5 角形上の $\to r \in \mathbf{N}$ を奇数とする．正 r 角形上の

ページ 163 （**問 3.9** の解答内)

$$\binom{N}{k}\left(\frac{\lambda}{N}\right)^k\left(1-\frac{\lambda}{N}\right)^{N-k}=\frac{1}{k!}\frac{N}{N}\frac{N-1}{N}\cdots\frac{N-k+1}{N}\left(1-\frac{\lambda}{N}\right)^N\left(1-\frac{\lambda}{N}\right)^{-k}$$

$$\to$$

$$\binom{N}{k}\left(\frac{\lambda}{N}\right)^k\left(1-\frac{\lambda}{N}\right)^{N-k}=\frac{\lambda^k}{k!}\frac{N}{N}\frac{N-1}{N}\cdots\frac{N-k+1}{N}\left(1-\frac{\lambda}{N}\right)^N\left(1-\frac{\lambda}{N}\right)^{-k}$$

ページ 169 （**問 6.12** の解答への補足) 解答に間違いはないが，直前の**命題 6.2** や**例題 6.6** と文字 x，z の使い方が逆になっている．次のように変更する．

Z の分布の密度関数 f_Z は $z \notin [0,2]$ において $f_Z(z)=0$ である．また，$z \in [0,2]$ において

$$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{\infty}1_{[0,1]}(x)1_{[0,1]}(z-x)dx=\int_{-\infty}^{\infty}1_{[0,1]}1_{[z-1,z]}(x)dx$$

である．$[0,1]\cap[z-1,z]=\begin{cases}[0,z], & 0\le z\le 1,\\ [z-1,1], & 1\le z\le 2\end{cases}$ であるから，

$$f_Z(z)=\begin{cases}z, & 0\le z\le 1,\\ 2-z, & 1\le z\le 2\\ 0, & \text{その他}\end{cases}$$

である．

ページ 173 （章末問題 *8-2* の解答内) 上から 3 行目

$$f(\mu|\mathbf{x})=\frac{\hat{\beta}^{\hat{\alpha}}}{\Gamma(\hat{\alpha})}x^{\hat{\alpha}-1}e^{-\hat{\beta}x}\to f(\mu|\mathbf{x})=\frac{\hat{\beta}^{\hat{\alpha}}}{\Gamma(\hat{\alpha})}\mu^{\hat{\alpha}-1}e^{-\hat{\beta}\mu}$$

ページ 173 （章末問題 *8-2* の解答内) 上から 5 行目

$$\int_0^1 P(X=x|\mu)f(\mu|\mathbf{x})d\mu\to\int_0^{\infty}P(X=x|\mu)f(\mu|\mathbf{x})d\mu$$

ページ 173 （章末問題 *8-2* の解答内) 上から 6 行目

$$\int_0^{\infty}\frac{\mu^x}{x!}e^{-\mu}\frac{\hat{\beta}^{\hat{\alpha}}}{\Gamma(\hat{\alpha})}x^{\hat{\alpha}-1}e^{-\hat{\beta}x}d\mu\to\int_0^{\infty}\frac{\mu^x}{x!}e^{-\mu}\frac{\hat{\beta}^{\hat{\alpha}}}{\Gamma(\hat{\alpha})}\mu^{\hat{\alpha}-1}e^{-\hat{\beta}x}d\mu$$

ページ 180 さらに深く学びたい人へ　高校の過程でも扱われている，いわゆる初等確率統計のテキストは数多く出版されている．その中で

中田寿夫，内藤貫太，確率・統計，学術図書出版，2017

をあげておく．